Tema 5. Estudio de la estabilidad en el dominio de la frecuencia

5.1 Introducción

➢ Estabilidad condicionada a la existencia de raíces en la parte real positiva. Se debería resolver un sistema que puede ser muy complicado.

➢Métodos alternativos vistos:

✓Criterio de Routh. Dice si el sistema es estable. Pero no estabilidad relativa

✓Lugar de las raíces. Permite situar las raíces para parámetros cambiantes (generalmente K). Estudio de estabilidad relativa y absoluta.

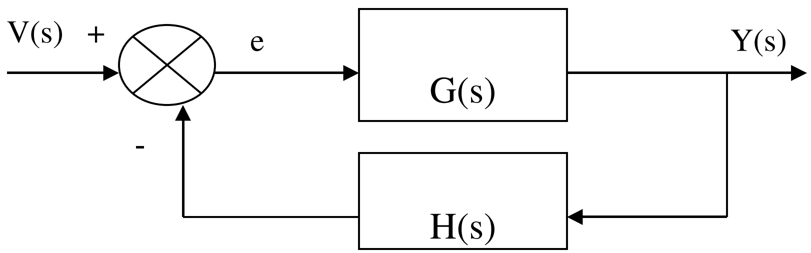
➢Otro método es el de NYQUIST.

"Método gráfico que estudia la estabilidad de un sistema en bucle cerrado partiendo de la función de transferencia senoidal $G(jw)H(jw)$ en bucle abierto del mismo"

Comprueba la existencia de raíces de la ec. característica ($1 + G(s)H(s) = 0$), relacionándola con la respuesta frecuencial $G(jw)H(jw)$ en bucle abierto del sistema.

➢Ventajas: Determina grado de estabilidad-inestabilidad del sistema y da información sobre como mejorarlo en régimen permanente y transitorio.

5.1 Introducción



$$M(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Ecuación característica:

$$F(s) = 1 + G(s)H(s) = 0$$

$$G(s) = \frac{N_1(s)}{D_1(s)};\ \ H(s) = \frac{N_2(s)}{D_2(s)};\ \ G(s)H(s) = \frac{N_1(s)N_2(s)}{D_1(s)D_2(s)}$$

$$F(s) = 1 + \frac{N_1(s)N_2(s)}{D_1(s)D_2(s)} = \frac{\overbrace{D_1(s)D_2(s) + N_1(s)N_2(s)}^{\text{Polos de M(s)}}}{\underbrace{D_1(s)D_2(s)}_{\text{Polos de G(s)H(s)}}} = K\,\frac{(s+z_1)(s+z_2)\ldots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\ldots(s+p_n)}$$

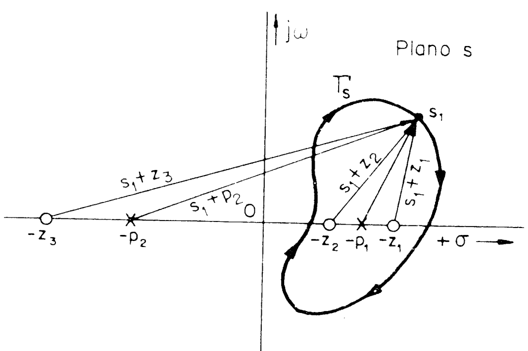
Factorizando

- El criterio de Nyquist se puede aplicar si se cumplen estas condiciones:
  - Sistema lineal con coeficientes constantes
  - m<n lo que implica que $\lim_{s} G(s)H(s) = 0 \ \ o\ \ cte.$

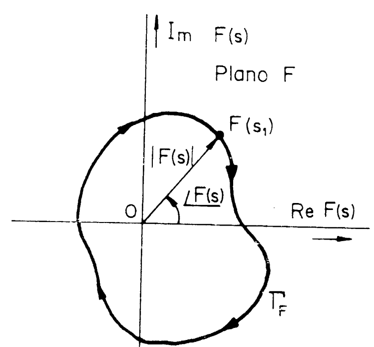
5.2 Principio del argumento

- $F(s)$ función racional, univoca y analítica en todos los puntos de una región sobre el plano s excepto en un número finito de puntos
- T_s trayectoria cerrada sobre el plano s. Todos los puntos de T_s situados en la región del plano donde $F(s)$ es analítica.
- T_f trayectoria imagen al recorrer s el contorno Ts en F

➢ T_f rodea al origen del plano s un número de veces igual a la diferencia entre el número de ceros y el número de polos de $F(s)$ situados dentro del contorno T_s. **N=Z-P**



a)



b)

$$F(s) = |F(s)|\, e^{j\angle F(s)}$$

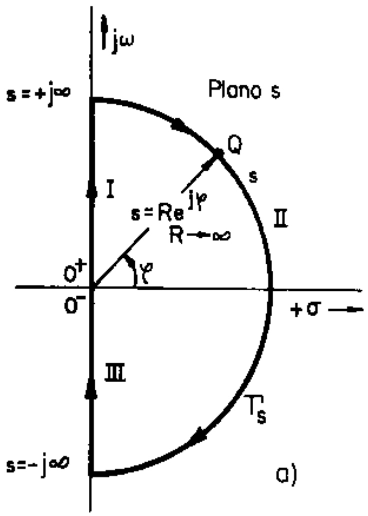
$$|F(s)| = \frac{\prod_{i=1}^{m} |s+z_i|}{\prod_{i=1}^{n} |s+p_i|} \quad n \quad m$$

$$\angle F(s) = \sum_{i=1}^{m} \angle s+z_i - \sum_{i=1}^{n} \angle s+p_i$$

➢Utilización de función de transferencia en bucle abierto en vez de $F(s)$

$$F(s) = 1 + G(s)H(s)$$

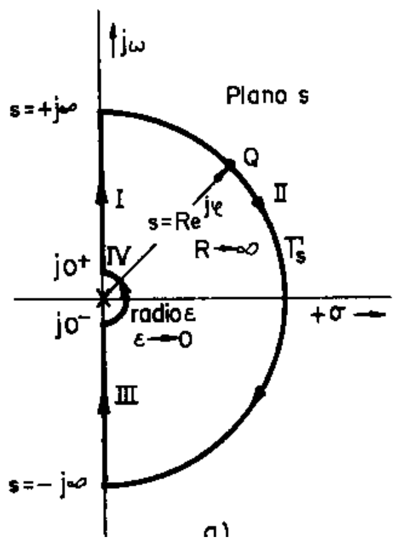
$$G(s)H(s) = F(s) - 1$$



Tramo I $s = jw \quad 0 < w <$

Tramo II $s = \mathrm{R}\cdot \mathrm{e}^{j\varphi} \quad \left| \begin{array}{l} R \\ \varphi - \; [90, \;\; 90] \end{array} \right.$

Tramo III $s = jw \quad -\int \; < w < 0$



Tramo I $s = jw \quad 0^{+} < w <$

Tramo II $s = \mathrm{R}\cdot \mathrm{e}^{j\varphi} \quad \left| \begin{array}{l} R \\ \varphi - \; [90, \;\; 90] \end{array} \right.$

Tramo III $s = jw \quad -\int \; < w < 0^{-}$

Tramo IV $s = \mathrm{E}\cdot \mathrm{e}^{j\varphi} \quad \left| \begin{array}{l} \mathrm{E} \quad 0 \\ \varphi - \; [\;\; 90, 90] \end{array} \right.$

- Aplicación del criterio del argumento cuando se toma el camino de Nyquist como trayectoria de variación de s en el plano complejo **Z= N+P = 0** *(para que el sistema sea estable)*

  Al trabajar con G(s)H(s), N será el número de vueltas sobre –1+j0

- Pasos de aplicación

  Partimos de la ec. característica en bucle cerrado F(s) = 1 + G(s)H(s) = 0

  - Situar en el plano s los polos de G(s)H(s). Utilizar Routh si hace falta. Definir el camino de Nyquist
  - Trazar la trayectoria en el plano F(s) cuando s recorre el camino de Nyquist
  - Observar si la curva rodea completamente a –1 + 0j. Si es así contar el número de vueltas
  - Para que el sistema sea estable debe cumplirse que **Z = N + P = 0 (N = -P)**
  - Si P = 0 (sistema estable en lazo abierto) Z=N por lo que N = 0 para que sea estable. (no debe dar ninguna vuelta sobre –1 + 0j)

- **Ejemplo**